**专题14 圆锥曲线的切线问题**

**一、结论**

**圆锥曲线的切线问题常用方法有几何法，代数法：**

**比如求圆的切线，常用圆心到直线的距离等于半径来解决切线问题，也可以联立直线与圆的方程根据来求解；**

**比如涉及到椭圆的切线问题，也常常联立直线与椭圆的方程根据来求解；**

**对于抛物线的切线问题，可以联立，有时也可以通过求导来求解.**

**而对于这些圆锥曲线也常常存在一些特殊的求切线公式：**

**1.过圆:上一点的切线方程为.**

**2.过椭圆上一点的切线方程为.**

**3.已知点,抛物线:和直线:.**

**(1)当点在抛物线上时,直线与抛物线相切,其中为切点,为切线.**

**(2)当点在抛物线外时,直线与抛物线相交,其中两交点与点的连线分别是抛物线的切线,即直线为切点弦所在的直线.**

**(3)当点在抛物线内时,直线与抛物线相离.**

**二、典型例题**

1．（2021·安徽·六安一中高二期末（文））已知椭圆具有如下性质：若椭圆的方程为，则椭圆在其上一点处的切线方程为，试运用该性质解决以下问题；椭圆，点*B*为在第一象限中的任意一点，过*B*作的切线*l*，*l*分别与*x*轴和*y*轴的正半轴交于两点，则面积的最小值为（  ）

A．1 B． C． D．2

【答案】C

【详解】

设，由题意得，过点*B*的切线*l*的方程为：，

令，可得，令，可得，

所以面积，

又点*B*在椭圆上，所以，

所以，

当且仅当，即时等号成立，

所以面积的最小值为.

故选：C

**【反思】过椭圆上一点作切线，切线方程为：，该结论可以在小题中直接使用，但是在解答题中，需先证后用，所以在解答题中不建议直接使用该公式.**

2．（2020·江西吉安·高二期末（文））已知过圆锥曲线上一点的切线方程为.过椭圆上的点作椭圆的切线，则过点且与直线垂直的直线方程为（       ）

A． B．

C． D．

【答案】B

【详解】

过椭圆上的点的切线的方程为，即，切线的斜率为.与直线垂直的直线的斜率为，过点且与直线垂直的直线方程为，即.

故选：B

**【反思】根据题中信息，直接代入公式，但是在代入切线方程为注意不要带错，通过对比本题信息，，，，，将这些数字代入公式，可求出切线，再利用直线垂直的性质求解.**

3．（2022·江苏南通·一模）过点作圆的切线交坐标轴于点、，则\_\_\_\_\_\_\_\_\_.

【答案】

【详解】

圆的圆心为，，

因为，则点在圆上，所以，，

所以，直线的斜率为，故直线的方程为，即，

直线交轴于点，交轴于点，

所以，，，因此，.

故答案为：.

**另解：过圆:上一点的切线方程为.可知，；，,代入计算得到过点作圆的切线为：，整理得：，直线交轴于点，交轴于点，**

**所以，，，因此，.**

**故答案为：.**

**【反思】本题中提供了常规方法和使用二级结论的解法，特别提醒同学们，二级结论的公式代入数字时，最忌讳代入错误，所以需要特别仔细。**

4．（2021·全国·高三专题练习（文））过点作抛物线的切线，切线在轴上的截距为\_\_\_．

【答案】1

【详解】

设切线斜率为，则切线方程，

联立方程可得，

则，解得，

即切线方程为，

取，得．

∴切线在轴上的截距为1．

故答案为：1．

**另解：**点在抛物线上，直接使用二级结论公式：**已知点在抛物线:上，切线方程:，，，，代入得：，**取，得．

**【反思】本例中，提供了传统方法和二级结论的方法，抛物线的切线可以通过联立，有时求导也能解决，当切点在抛物线上时也可以直接使用本节二级结论，但是同学们使用公式前注意判断是否适用.**

5．（2022·江苏徐州·高二期末）已知圆.

(1)过点作圆的切线，求切线的方程；

【答案】(1)；

【解析】

(1)圆，圆心，半径，

又点的坐标满足圆方程，故可得点在圆上，则切线斜率满足，

又，故满足题意的切线斜率，

则过点的切线方程为，即.

**【反思】本题求圆的切线问题，作为解答题，不推荐使用二级结论的公式，建议同学们使用传统的方法.**

**三、针对训练 举一反三**

1．（2021·辽宁·辽河油田第二高级中学高二期中）过圆上一点作圆的切线，则直线的方程是（       ）

A． B．

C． D．

【答案】D

【详解】

由题意点为切点，所以，又，所以，因此直线*l*的方程为．

故选：D

2．（2022·全国·高三专题练习（理））若曲线与直线有两个交点，则实数的取值范围是（       ）

A． B．

C．(1，＋∞) D．(1，3]

【答案】A

【详解】

根据题意画出图形，如图所示．由题意可得，曲线*y*＝的图象为以(0，0)为圆心，2为半径的半圆，直线*l*恒过*A*(2，4)，由图当直线*l*与半圆相切时，圆心到直线*l*的距离*d*＝*r*，即＝2，解得*k*＝；当直线*l*过*B*点时，直线*l*的斜率*k*＝，则直线*l*与半圆有两个不同的交点时，实数*k*的取值范围为.



故选：A.

3．（2021·浙江·台州一中高三期中）过点且与圆相切的直线方程为（  ）

A． B．

C． D．

【答案】A

【详解】

因为，所以点*M*在圆上，而，

则切线斜率为，所以切线方程为：

即

故选：A

4．（2022·浙江·高三专题练习）已知为椭圆的右焦点，点是直线上的动点，过点作椭圆的切线，，切点分别为，，则的值为（       ）

A．3 B．2 C．1 D．0

【答案】D

【详解】

解：由已知可得，设，

则切线，的方程分别为，，

因为切线，过点，

所以，，所以直线的方程为 ，

因为，所以，所以点在直线上，

所以三点共线，所以，

故选：D

5．（2020·江西吉安·高二期末（理））过圆上一定点的圆的切线方程为.此结论可推广到圆锥曲线上.过椭圆上的点作椭圆的切线.则过点且与直线垂直的直线方程为（       ）

A． B．

C． D．

【答案】A

【详解】

过椭圆上的点的

切线的方程为，

即，切线的斜率为，

与直线垂直的直线的斜率为，

过点且与直线垂直的

直线方程为，

即.

故选：

6．（2021·新疆·乌苏市第一中学高二阶段练习）已知点是椭圆上任意一点，则点到直线:的最大距离为（       ）

A． B． C． D．

【答案】A

【详解】

设直线与椭圆相切，由得，

∴，，

切线方程为和，与距离较规远的是，

∴所求最大距离为．

故选：A.

7．（2021·广东佛山·模拟预测）过双曲线上一点作双曲线的切线，若直线与直线的斜率均存在，且斜率之积为，则双曲线的离心率为（       ）

A． B． C． D．

【答案】C

【详解】

设，由于双曲线在点处的切线方程为，故切线的斜率；因为，则，则，即双曲线的离心率，

故选：C．

8．（2020·全国·高三专题练习）若直线与曲线交于不同的两点，那么的取值范围是

A．（） B．（） C．（） D．（）

【答案】D

【详解】

由直线与曲线 相切得

由图知,的取值范围是（），选D.



9．（2022·山西临汾·一模（理））过点作抛物线的两条切线，切点分别为.若为的重心，则点的坐标为（　　）

A． B． C． D．

【答案】A

【详解】

由题意，设，

又抛物线，所以，所以

所以切线的方程为，即；

同理切线的方程；

联立，的方程，，解得

又，所以，所以，

又为的重心，所以的横坐标为，

纵坐标为，

所以点的坐标为.

故选：A.

10．（2022·甘肃·金昌市教育科学研究所高三阶段练习（理））倾斜角为135°的直线与抛物线相切，分别与轴、轴交于、两点，过，两点的最小圆截抛物线的准线所得的弦长为（       ）

A．4 B．2 C． D．

【答案】B

【详解】

由题可设直线的方程，

由，得，

∴，解得，

∴，

令，得，令，得，即，

∴过，两点的最小圆即以为直径的圆，其圆心为，半径为，方程为，

又抛物线的准线为，

∴过，两点的最小圆截抛物线的准线所得的弦长为.

故选：B.

11．（2022·全国·高三专题练习）设抛物线 ，为直线上任意一点，过引抛物线的切线，切点分别为，，，，的横坐标分别为，，则（       ）

A． B．

C． D．以上都不对

【答案】A

【详解】

由得，得，

所以直线的方程为，直线的方程为，

所以，①，②

由①、②得．

故选：A

12．（2021·河南·高三阶段练习（理））已知抛物线的焦点为*F*，*P*为*C*上一点，点，，设取最小值和最大值时对应的点分别为，，且，则（       ）

A．4 B．3 C．2 D．1

【答案】A

【详解】

解：如图所示，与抛物线相切时，最小，与抛物线相切时，最大.

由得，所以.

设切点为，切线的斜率为，

所以切线方程为,

因为切线过点，所以，即.

因为有两个切点，所以，

设，则有，



所以，

所以，

代入韦达定理得或.

因为，所以.

故选：A

